



Ergänzungsprüfung Passerelle 'Berufsmaturität/Fachmaturität – universitäre Hochschulen'
S o m m e r 2 0 2 0

Mathematik

Kand.-Nr.:

.....

Name, Vorname:

.....

Erreichte Punktzahl:

.....

Note:

.....

Korrigierende(r):

.....

Fach:

Mathematik

Dauer:

3 Stunden

Zugelassene Hilfsmittel:

1 Formelsammlung,
1 Taschenrechner (Casio FX-82Solar/Solar II, TI-30 ECO RS)

Maximale Punktzahl:

40 Punkte

Autoren:

Donat A. Graven, Martin Fischer, Sandra Eggli

Hinweise:

1. Verwenden Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt, und beschreiben Sie das Blatt nur auf einer Seite.
2. Schreiben Sie jedes Antwortblatt einzeln an:
- oben links: SMK-Passerelle, Sommer 2020;
- oben rechts: Kand.-Nummer, Name und Vorname.
3. Geben Sie die Resultate nach Möglichkeit exakt an, d. h. lassen Sie Wurzeln, gekürzte Brüche, e , π etc. stehen. Falls Sie Resultate als Dezimalbrüche angeben wollen, runden Sie diese sinnvoll, z. B. auf 3 wesentliche Ziffern.
4. Jede Aufgabe wird mit maximal 10 Punkten bewertet. Für die Note 6 werden 36 Punkte verlangt.
5. Resultate ohne Herleitung geben keine Punkte.
6. Auf saubere Darstellung wird Wert gelegt.

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg!

MATHEMATIK

1. Gegeben sind 3 Punkte im Raum: $A(2/3/4)$, $B(6/1/0)$, $C(4/5/-4)$.
 - (a) Erstellen Sie je eine Parametergleichung und eine Koordinatengleichung der Ebene E , die diese 3 Punkte enthält.
 - (b) Welches spezielle Dreieck bilden die 3 Punkte A , B und C ?
 - (c) Bestimmen Sie die Koordinaten eines vierten Eckpunktes D im Parallelogramm $ABCD$.

2. Gegeben sei die Funktionenschar $f_a(x) = ax(x - 5)^2$; $a, x \in \mathbb{R}$.
 - (a) Der Graph der Funktion $f_a(x)$ hat an der Stelle $x = 3$ die Steigung $-\frac{1}{2}$.
Bestimmen Sie den Parameter a , diskutieren Sie die zugehörige Funktion (Nullstellen, Extrema, Wendestellen), und zeichnen Sie dann einen Graphen von $f_a(x)$ mit adäquat gewählten Einheiten auf x -Achse und auf y -Achse.
[Hinweis: Falls Sie a nicht bestimmen können, diskutieren Sie die Funktion mit $a = \frac{1}{8}$ und benutzen diesen Wert auch für die Teilaufgaben (b) und (c).]
 - (b) Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die der Graph der Funktion $f_a(x)$ zusammen mit der x -Achse begrenzt.
 - (c) Gesucht wird nun das rechtwinklige Dreieck ABC mit maximalem Flächeninhalt, das eine Ecke A im Ursprung $(0/0)$, eine zweite Ecke B auf dem Graphen von $f_a(x)$ und die dritte Ecke C auf der x -Achse hat. AB ist die Hypotenuse dieses Dreiecks. Wie lauten die Koordinaten von B ?

3. Mit einer Umfrage wollte man herausfinden, ob an Mathematik-Prüfungen geschummelt wird. p sei die Wahrscheinlichkeit, dass ein Prüfling schummelt.

Damit die Anonymität der Befragten gewährleistet war, mussten die Prüflinge auf die Frage «Haben Sie im letzten Mathematik-Test geschummelt?» zuerst einmal würfeln. Die dabei geworfene Augenzahl (1, 2, 3, 4, 5 oder 6) konnte niemand ausser der Befragte selbst sehen. Wurde eine 1, 2, 3 oder 4 geworfen, musste man ehrlich antworten (also mit JA oder mit NEIN); bei einer 5 wurde immer mit JA und bei einer 6 immer mit NEIN geantwortet. Wir gehen davon aus, dass diese Regeln eingehalten wurden.

- (a) Es sei $p = 0.1$. Zeichnen Sie ein Baumdiagramm dieses zweistufigen Zufallsexperiments, und berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit der folgenden Ereignisse:

A: «Der Prüfling antwortet mit JA.»

B: «Der Prüfling, der mit JA geantwortet hat, hat tatsächlich geschummelt.»

C: «Von 10 Befragten antwortet mindestens einer mit JA.»

- (b) Nun soll p unbekannt sein.

Geben Sie die Wahrscheinlichkeit für die Antwort JA in Abhängigkeit von p an.

- (c) Wiederum sei p unbekannt.

22.8% der Befragten antworteten mit JA. Was lässt sich über p sagen?

4. Drei voneinander unabhängige Aufgaben

- 4.1 (a) Für welche $k \in \mathbb{R}$ sind die Vektoren $\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 3 \\ 2k \end{pmatrix}$ kollinear?

- (b) Für welche $u \in \mathbb{R}$ stehen die Vektoren $\begin{pmatrix} 1 \\ u \\ u-2 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 4 \\ -5 \\ 2u \end{pmatrix}$ senkrecht aufeinander?

- 4.2 Bestimmen Sie alle $x \in \mathbb{R}$ für welche gilt: $\frac{1}{2}x + \sqrt{5 - x^2} = 0$.

- 4.3 An welchen Stellen hat der Graph von $f(x) = x^4 \cdot e^{2x}$ horizontale Tangenten?